

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 8 класс

1. От города А до города Б строят новую дорогу длиной 120 км. Строители не успели доделать последние 25% дороги, и из-за этого средняя скорость машины на этом участке уменьшается вдвое по сравнению с остальной дорогой. С какой средней скоростью едут машины на хорошем участке, если из А в Б они добираются за 2 часа?

Решение.

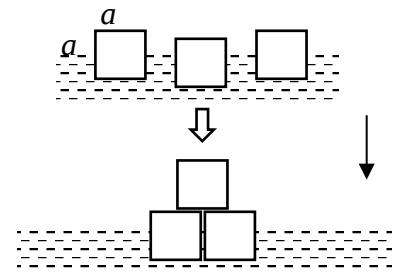
Пусть $l = 120$ км — полная длина дороги. Хороший участок дороги длиной $(1-0,25)l$ машины проходят со средней скоростью v , а недоделанную часть длиной $0,25l$ — со средней скоростью $v/2$. Тогда полное время $t = 2$ часа, за которое машины добираются из А в Б, равно

$$t = \frac{(1-0,25)l}{v} + \frac{0,25l}{v/2}. \quad (8 \text{ б.})$$

Выразив отсюда v , получим

$$\text{ответ: } v = \frac{1,25l}{t} = 75 \text{ км/час.} \quad (2 \text{ б.})$$

2. Плот, сделанный из трёх брусков квадратного сечения $a \times a$ и одинаковой длины, рассыпался, и бруски оказались погружены в воду соответственно на глубину $6/11a$, $8/11a$, $6/11a$. На какую глубину погрузится плот, если два бруска (кроме среднего) стянуть, примкнув их друг к другу, а средний положить сверху на центр плоту?



Решение.

На бруски действует сила тяжести mg , направленная вниз, и сила Архимеда ρgSh , направленная вверх, где m — масса бруска, ρ — плотность воды, S — площадь основания бруска, h — глубина, на которую погружен брусок, g — ускорение свободного падения. В равновесии сила Архимеда уравнивает силу тяжести:

$$mg = \rho gSh.$$

Из этого условия выразим массы всех трёх брусков:

$$m_1 = \rho Sh_1, \quad m_2 = \rho Sh_2, \quad m_3 = \rho Sh_3. \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

Когда два бруска (кроме среднего) стянули, примкнув их друг к другу, а средний положили сверху на центр плоту, аналогичное условие равновесия запишется в виде:

$$m_1 + m_2 + m_3 = \rho(2S)h, \quad (2) \quad (3 \text{ б.})$$

где h — искомая глубина, на которую погрузится получившийся плот. Здесь учтено, что поскольку в основании плоту лежат два бруска, то площадь основания равна $2S$.

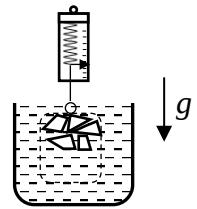
Подставив выражения для m_1 , m_2 и m_3 из (1) в (2), сократив общий множитель ρS и выразив искомую h , получим:

$$h = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{2}. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив сюда значения, заданные по условию, получим

$$\text{ответ: } h = \frac{10}{11}a. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Металлическая сетка со льдом внутри висит на динамометре, погружённая в теплоизолированный сосуд с водой, и находится с ней в состоянии теплового равновесия. Затем к сосуду подвели количество теплоты ΔQ , в результате чего часть льда растаяла. Найти изменение ΔF показаний динамометра. Плотности льда и воды равны $\rho_{\text{л}}$ и $\rho_{\text{в}}$, соответственно, удельная теплота плавления льда равна λ , ускорение свободного падения g .



Решение.

Поскольку в начальный момент лёд находился в тепловом равновесии с водой, вся система находилась при температуре плавления льда. Следовательно, при подведении к системе теплоты ΔQ лёд и вода не будут нагреваться, и вся теплота пойдёт на плавление части льда. Масса m растаявшего льда определяется равенством:

$$\Delta Q = \lambda m, \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

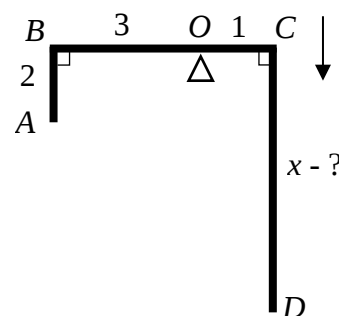
Динамометр показывает вес металлической сетки со льдом. Рассчитаем вес растаявшего льда. На лёд массы m , полностью погруженный в воду действует сила тяжести mg , направленная вниз, и сила Архимеда $\rho_{\text{в}} g \frac{m}{\rho_{\text{л}}}$, направленная вверх. Таким образом, вес льда, погружённого в воду, равен $mg \left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}}\right)$ и меньше нуля, поскольку $\rho_{\text{л}} < \rho_{\text{в}}$. Значит, после таяния показания динамометра увеличатся на

$$\Delta F = \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) mg. \quad (5 \text{ б.})$$

Выразив массу m растаявшего льда из (1) и подставив в (2), получим

$$\text{ответ: } \Delta F = \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) \frac{\Delta Q}{\lambda} g. \quad (2 \text{ б.})$$

4. Рычаг, сделанный из однородной проволоки, изогнут так, что стороны его AB , BC и CD образуют друг с другом прямые углы (см. рисунок). Ось рычага находится в точке O . Длины отрезков AB , BO и OC равны, соответственно, 2 см, 3 см и 1 см. Рычаг находится в равновесии. Найти длину CD .



Решение.

Поскольку рычаг сделан из однородной проволоки, массы его сторон будут пропорциональны соответствующим длинам:

$$m_{AB} = m \frac{AB}{L}, \quad m_{BO} = m \frac{BO}{L}, \quad m_{OC} = m \frac{OC}{L}, \quad m_{CD} = m \frac{x}{L}. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Здесь m и L — соответственно масса и длина проволоки, из которой сделан рычаг, $x = CD$ — искомая длина. Моменты, создаваемые силами тяжести сторон рычага относительно точки O , равны

$$M_{AB} = m_{AB}gBO, \quad M_{BO} = m_{BO}g \frac{BO}{2}, \quad M_{OC} = m_{OC}g \frac{OC}{2}, \quad M_{CD} = m_{CD}gOC. \quad (2) \quad (4 \text{ б.})$$

Условие равенства моментов $M_{AB} + M_{BO} = M_{OC} + M_{CD}$, с учетом (1) и (2), после подстановки численных значений AB , BO и CD и сокращения подобных множителей, примет вид

$$2 \cdot 3 + 3 \cdot \frac{3}{2} = 1 \cdot \frac{1}{2} + x \cdot 1. \quad (2 \text{ б.})$$

Отсюда находим

$$\text{ответ: } x = 10 \text{ см.} \quad (2 \text{ б.})$$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 9 класс

1. От города А до города Б строят новую дорогу длиной 125 км. Строители не успели доделать последние 20% дороги, и из-за этого средняя скорость машины на этом участке уменьшается вдвое по сравнению с остальной дорогой. С какой средней скоростью едут машины на хорошем участке, если из А в Б они добираются за полтора часа?

Решение.

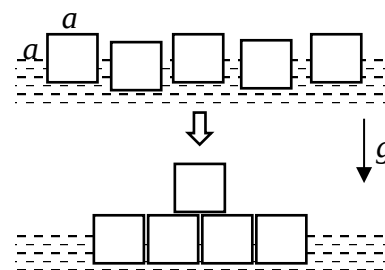
Пусть $l = 125$ км — полная длина дороги. Хороший участок дороги длиной $(1-0,2)l$ машины проходят со средней скоростью v , а недоделанную часть длиной $0,2l$ — со средней скоростью $v/2$. Тогда полное время $t = 1,5$ часа, за которое машины добираются из А в Б, равно

$$t = \frac{(1-0,2)l}{v} + \frac{0,2l}{v/2}. \quad (8 \text{ б.})$$

Выразив отсюда v , получим

$$\text{ответ: } v = \frac{1,2l}{t} = 100 \text{ км/час.} \quad (2 \text{ б.})$$

2. Плот, сделанный из пяти брусков квадратного сечения $a \times a$ и одинаковой длины, рассыпался, и бруски оказались погружены в воду соответственно на глубину $3/5a$, $9/10a$, $3/5a$, $9/10a$, $3/5a$. На какую глубину погрузится плот, если четыре бруска (кроме среднего) стянуть, примкнув бруски друг к другу, а средний положить сверху на центр плотa?



Решение.

На бруски действует сила тяжести mg , направленная вниз, и сила Архимеда $\rho g Sh$, направленная вверх, где m — масса бруска, ρ — плотность воды, S — площадь основания бруска, h — глубина, на которую погружен брусок, g — ускорение свободного падения. В равновесии сила Архимеда уравнивает силу тяжести:

$$mg = \rho g Sh.$$

Из этого условия выразим массы всех пяти брусков:

$$m_1 = \rho Sh_1, m_2 = \rho Sh_2, \dots, m_5 = \rho Sh_5. \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

Когда четыре бруска (кроме среднего) стянули, примкнув их друг к другу, а средний положили сверху на центр плотa, аналогичное условие равновесия запишется в виде:

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = \rho(4S)h, \quad (2) \quad (3 \text{ б.})$$

где h — искомая глубина, на которую погрузится получившийся плот. Здесь учтено, что поскольку в основании плотa лежат четыре бруска, то площадь основания равна $4S$.

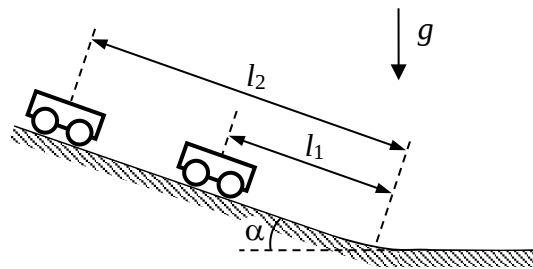
Подставив выражения для масс брусков из (1) в (2), сократив общий множитель ρS и выразив искомую h , получим:

$$h = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5}{4}. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставляя сюда значения, заданные по условию, получим

$$\text{ответ: } h = \frac{9}{10}a. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Два железнодорожных вагона покоятся на склоне горы с углом α на расстоянии l_1 и l_2 от ее подножия. Одновременно их отпускают, и они начинают двигаться вниз, выкатываясь на горизонтальный участок пути. Через какое время t от начала движения они столкнутся? Трением, влиянием воздуха и размерами вагонов пренебречь. Ускорение свободного падения g .



Решение.

При равноускоренном движении с ускорением a с нулевой начальной скоростью пройденный путь равен $l = a\tau^2/2$, а конечная скорость $v = a\tau$, где τ — время движения. Поэтому $\tau = \sqrt{2l/a}$, а $v = \sqrt{2la}$. Вдоль наклонной плоскости вагоны движутся с ускорением $g \sin \alpha$. Поэтому у подножия горы они окажутся через времена

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l_1}{g \sin \alpha}}, \quad (1) \quad (1 \text{ б.})$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2l_2}{g \sin \alpha}}, \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

соответственно, со скоростями

$$v_1 = \sqrt{2l_1 g \sin \alpha}, \quad (3) \quad (1 \text{ б.})$$

$$v_2 = \sqrt{2l_2 g \sin \alpha}. \quad (4) \quad (1 \text{ б.})$$

У подножия горы верхний вагон окажется позже нижнего вагона на время $t_2 - t_1$. Поэтому, к моменту t_2 прихода верхнего вагона к подножию горы, нижний вагон выкатится по горизонтальному участку на расстояние $v_1(t_2 - t_1)$. После момента t_2 на горизонтальном участке верхний вагон будет приближаться к нижнему вагону с относительной скоростью $v_2 - v_1$, и догонит его, когда

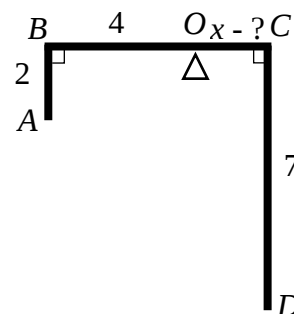
$$(v_2 - v_1)(t - t_2) = v_1(t_2 - t_1), \quad (5) \quad (4 \text{ б.})$$

где t — искомое время до столкновения.

Подставив (1)–(4) в (5), найдём

$$\text{ответ: } t = \sqrt{\frac{2}{g \sin \alpha}} (\sqrt{l_1} + \sqrt{l_2}). \quad (2 \text{ б.})$$

4. Рычаг, сделанный из однородной проволоки, изогнут так, что стороны его AB , BC и CD образуют друг с другом прямые углы (см. рисунок). Ось рычага находится в точке O . Длины отрезков AB , BO и CD равны, соответственно, 2 см, 4 см и 7 см. Рычаг находится в равновесии. Найти расстояние от оси рычага до точки C .



Решение.

Поскольку рычаг сделан из однородной проволоки, массы его сторон будут пропорциональны соответствующим длинам:

$$m_{AB} = m \frac{AB}{L}, \quad m_{BO} = m \frac{BO}{L}, \quad m_{OC} = m \frac{x}{L}, \quad m_{CD} = m \frac{CD}{L}. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

Здесь m и L — соответственно масса и длина проволоки, из которой сделан рычаг, $x = OC$ — искомое расстояние от оси рычага до точки C . Моменты, создаваемые силами тяжести сторон рычага относительно точки O , равны

$$M_{AB} = m_{AB} g BO, \quad M_{BO} = m_{BO} g \frac{BO}{2}, \quad M_{OC} = m_{OC} g \frac{x}{2}, \quad M_{CD} = m_{CD} g x. \quad (2) \quad (4 \text{ б.})$$

Условие равенства моментов $M_{AB} + M_{BO} = M_{OC} + M_{CD}$, с учетом (1) и (2), после подстановки численных значений AB , BO и CD и сокращения подобных множителей, примет вид

$$2 \cdot 4 + 4 \cdot \frac{4}{2} = x \cdot \frac{x}{2} + 7 \cdot x. \quad (2 \text{ б.})$$

Выбрав положительный корень полученного квадратного уравнения $\frac{x^2}{2} + 7 \cdot x - 16 = 0$, получим

$$\text{ответ: } x = 2 \text{ см.} \quad (2 \text{ б.})$$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 10 класс

1. От города А до города Б ремонтируют старую дорогу длиной 250 км. Ремонтники не успели доделать последние 20% дороги, и из-за этого средняя скорость машины на этом участке уменьшается вдвое по сравнению с остальной дорогой. С какой средней скоростью едут машины на отремонтированном участке, если из А в Б они добираются за 3 часа?

Решение.

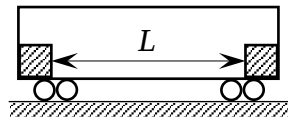
Пусть $l = 250$ км — полная длина дороги. Отремонтированный участок дороги длиной $(1-0,2)l$ машины проходят со средней скоростью v , а недоделанную часть длиной $0,2l$ — со средней скоростью $v/2$. Тогда полное время $t = 3$ часа, за которое машины добираются из А в Б, равно

$$t = \frac{(1-0,2)l}{v} + \frac{0,2l}{v/2}. \quad (8 \text{ б.})$$

Выразив отсюда v , получим

$$\text{ответ: } v = \frac{1,2l}{t} = 100 \text{ км/час.} \quad (2 \text{ б.})$$

2. Два незакреплённых куба льда находились у противоположных бортов движущегося вагона поезда. Поезд тормозит равнозамедленно с ускорением a в течение времени t , а затем равноускоренно за это же время вновь разгоняется до начальной скорости, после чего кубы сталкиваются. Через какое время после окончания разгона они столкнутся? Расстояние между кубами L . Трением кубов льда о вагон и влиянием воздуха пренебречь.



Решение.

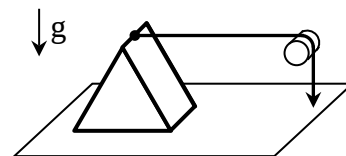
Для определённости, пусть поезд движется вправо. Тогда задачу удобно решать, связав систему отсчёта с левым кубом льда, который сразу после начала торможения отрывается от левого борта, и в дальнейшем до столкновения с правым кубом никакие горизонтальные силы на него не действуют (так как трения нет), а вертикальные (сила тяжести и сила реакции со стороны пола) скомпенсированы, то есть такая система отсчёта является инерциальной. В этой системе отсчёта правый куб под действием силы со стороны правого борта будет двигаться с ускорением a с нулевой начальной скоростью, поэтому за время торможения t он пройдёт путь $at^2/2$ и приобретёт скорость at . В дальнейшем в течение искомого времени τ до столкновения его скорость не меняется (так как поезд начинает ускоряться, а, следовательно, сила со стороны правого борта на правый куб льда перестаёт действовать). Полный пройденный им путь до столкновения равен L :

$$L = \frac{at^2}{2} + (at)\tau. \quad (8 \text{ б.})$$

Выразив отсюда τ , получим

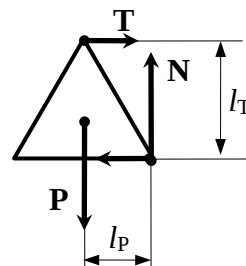
$$\text{ответ: } \tau = \frac{L}{at} - \frac{t}{2}. \quad (2 \text{ б.})$$

3. Лежащую боковой гранью на горизонтальном столе правильную треугольную призму (её основания — равносторонние треугольники), выполненную из однородного материала, тянут в горизонтальном направлении с помощью нити, привязанной перпендикулярно к центру верхнего ребра и перекинутой через блок. При каком минимальном коэффициенте трения между призмой и столом призма будет опрокидываться?



Решение.

На рисунке изображено сечение призмы и показаны четыре действующие на неё силы. Две из них (вес P и сила реакции N) вертикальны, а две другие (сила трения $F_{\text{тр}}$ и сила натяжения нити T) горизонтальны. Эти силы направлены попарно в противоположные стороны. Поэтому условие равновесия, записанное в проекции на вертикальную и горизонтальную оси, даст:



$$P = N, \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

$$T = F_{\text{тр}}. \quad (2) \quad (2 \text{ б.})$$

Сила тяжести P приложена к центру треугольника, а сила натяжения нити T — к его верхнему углу. Поэтому непосредственно перед опрокидыванием через точку O (правый нижний угол треугольника) плечо силы P относительно точки O равно

$$l_P = a/2, \quad (3) \quad (1 \text{ б.})$$

где a — сторона треугольника, а плечо силы T равно высоте треугольника

$$l_T = a\sqrt{3}/2. \quad (4) \quad (1 \text{ б.})$$

Силы $F_{\text{тр}}$ и N при опрокидывании приложены к точке O , поэтому их плечи равны нулю. Чтобы призма начала опрокидываться момент силы натяжения должен превышать момент силы тяжести: $T l_T \geq P l_P$. Подставив сюда (1) и (2) получим: $F_{\text{тр}} l_T \geq N l_P$. Чтобы удовлетворить этому неравенству при минимальном коэффициенте трения μ , нужно, чтобы сила трения была максимально возможной при заданном μ , то есть $F_{\text{тр}} = \mu N$. Таким образом, условие опрокидывания запишем в виде $\mu N l_T \geq N l_P$ или, сократив на N и выразив μ :

$$\mu \geq l_P / l_T. \quad (2 \text{ б.})$$

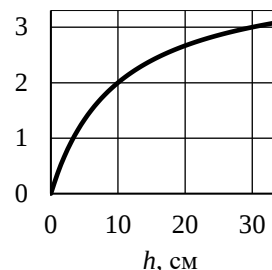
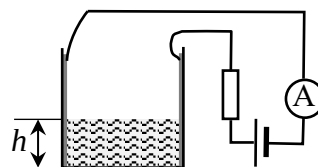
Заметим, что если это неравенство выполнено к началу опрокидывания (когда плечи сил определяются равенствами (3) и (4)), то в дальнейшем при опрокидывании оно не нарушится, так как l_P будет увеличиваться, а l_T уменьшаться. Таким образом минимальный коэффициент трения определяется равенством $\mu = l_P / l_T$, где l_P и l_T заданы выражениями (3) и (4):

$$\mu = \frac{a/2}{a\sqrt{3}/2}.$$

Сократив дробь, получим

$$\text{ответ: } \mu = 1/\sqrt{3}. \quad (2 \text{ б.})$$

4. Для проведения эксперимента Серёжа поставил на горизонтальную поверхность тонкостенный непроводящий сосуд в форме куба, к противоположным боковым граням которого он приклеил изнутри два тонких листа проводящей фольги. К этим листам он присоединил последовательно источник напряжения, резистор сопротивлением 100 Ом и амперметр, как показано на рисунке. Серёжа наливал в сосуд некую проводящую жидкость и измерял показания амперметра в зависимости от высоты h жидкости в сосуде. Полученный им график этой зависимости показан на рисунке. Однако он забыл, каким было напряжение источника и в каких единицах измерялся ток I . Помогите Серёже найти удельное сопротивление ρ изучаемой жидкости. Сопротивлением подводящих проводов, фольги, источника напряжения и амперметра можно пренебречь.



Решение.

Закон Ома для представленной цепи можно записать в виде:

$$\frac{U}{I} = R_0 + R, \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

где U — напряжение батареи, $R_0 = 100$ Ом и R — сопротивление жидкости, представляющей собой проводник длиной $L = a$ (где a — ребро кубического сосуда) и площадью сечения $S = ah$, где h — высота налитой к этому моменту жидкости. Поскольку сопротивление проводника определяется формулой $R = \rho L/S$,

$$R = \rho \frac{a}{ah} = \frac{\rho}{h}. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив в (1), можно переписать получившееся равенство в виде:

$$\frac{U}{\alpha \tilde{I}} = R_0 + \frac{\rho}{h}. \quad (4 \text{ б.})$$

Здесь $\tilde{I}$ — показания тока на графике, а α — забытый Серёжей коэффициент их перевода в амперы. Подставив в получившееся равенство $R_0 = 100$ Ом, а также пары значений $(\tilde{I}, h)$ из представленного графика: например, (2, 0,1 м) и (3, 0,3 м), получим систему из двух уравнений. Разделив одно из них на другое, чтобы сократить забытые величины U и α , и выразив ρ , получим

$$\text{ответ: } \rho = 10 \text{ Ом}\cdot\text{м.} \quad (2 \text{ б.})$$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 11 класс

1. От города А до города Б ремонтируют старую дорогу длиной 240 км. Ремонтники не успели доделать последние 25% дороги, и из-за этого средняя скорость машины на этом участке уменьшается вдвое по сравнению с остальной дорогой. С какой средней скоростью едут машины на отремонтированном участке, если из А в Б они добираются за 4 часа?

Решение.

Пусть $l = 240$ км — полная длина дороги. Отремонтированный участок дороги длиной $(1-0,25)l$ машины проходят со средней скоростью v , а недоделанную часть длиной $0,25l$ — со средней скоростью $v/2$. Тогда полное время $t = 4$ часа, за которое машины добираются из А в Б, равно

$$t = \frac{(1-0,25)l}{v} + \frac{0,25l}{v/2}. \quad (8 \text{ б.})$$

Выразив отсюда v , получим

$$\text{ответ: } v = \frac{1,25l}{t} = 75 \text{ км/час.} \quad (2 \text{ б.})$$

2. В вертикальном цилиндрическом сосуде, закрытом невесомым поршнем, находится один моль воздуха и маленький кусочек льда массой $m_{\text{л}} = 36$ г при температуре $T_1 = -23$ °С. Система находится в равновесии. Воздух под поршнем нагрели до $T_2 = 102$ °С так что весь лёд сначала растаял, а потом испарился. Во сколько раз изменится объём под поршнем?

Решение.

Так как поршень невесомый, то давление газа под поршнем в равновесии равно атмосферному давлению P_0 . Объём $v_1 = 1$ моль воздуха существенно больше объёма кусочка льда, поэтому можно считать, что в начальный момент времени весь объём V_1 под поршнем занят воздухом. Тогда уравнение Менделеева-Клапейрона можно записать в виде:

$$P_0 V_1 = v_1 R T_1, \quad (1) \quad (3 \text{ б.})$$

где R — универсальная газовая постоянная. Когда лёд растаял и получившаяся вода испарилась, помимо воздуха под поршнем оказалось

$$v_2 = \frac{m_{\text{л}}}{\mu} \quad (2) \quad (1 \text{ б.})$$

водяного пара, где $\mu = 18$ г/моль — молярная масса льда (H_2O). Согласно закону Дальтона, давление смеси газов равно сумме парциальных давлений. Тогда после испарения льда уравнение Менделеева-Клапейрона можно записать в виде:

$$P_0 V_2 = (v_1 + v_2) R T_2, \quad (3) \quad (2 \text{ б.})$$

где V_2 — конечный объём под поршнем. Разделив (3) на (1) и подставив в полученное уравнение v_2 из (2), получим:

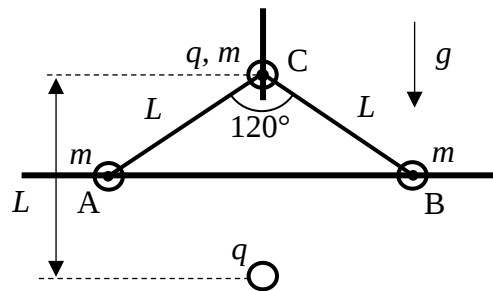
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(v_1 + \frac{m_{\text{л}}}{\mu}\right) T_2}{v_1 T_1}. \quad (2 \text{ б.})$$

Подставив сюда численные значения, получим

$$\frac{V_2}{V_1} = 4,5. \quad (2 \text{ б.})$$

Ответ: в 4,5 раза.

3. Две маленькие незаряженные бусинки массы m каждая надеты на горизонтальную непроводящую спицу. Бусинки находятся в точках А и В. Между ними в точке С находится маленький заряженный шарик с зарядом q и массой m , шарнирно связанный с бусинками с помощью двух стержней длины L . Шарик надет на вертикальную спицу и удерживается так, что



$\angle ACB = 120^\circ$. Под шариком на расстоянии L от него закрепили заряд q . Затем шарик отпустили, после чего бусинки столкнулись. Найти скорость бусинок непосредственно перед столкновением. Ускорение свободного падения g , трением пренебречь.

Решение.

Бусинки начнут двигаться навстречу друг другу. В начальный момент времени шарик и заряд находились на расстоянии L друг от друга. Расстояние от шарика до горизонтальной спицы равно $L \cos(120^\circ / 2) = L / 2$. Тогда расстояние от закреплённого заряда до горизонтальной спицы тоже равно $L/2$. Значит, в момент столкновения бусинок шарик и заряд окажутся на расстоянии $L / 2 + L = 1,5L$ друг от друга. (2 б.)

Поскольку стержни нерастяжимы, нижние концы стержней имеют только горизонтальные компоненты скорости, а сами стержни вертикальны в момент столкновения бусинок, то скорость шарика в этот момент будет равна нулю. Таким образом, часть потенциальной энергии взаимодействия зарядов перейдёт в кинетическую энергию бусинок и работу силы тяжести. Запишем закон сохранения энергии:

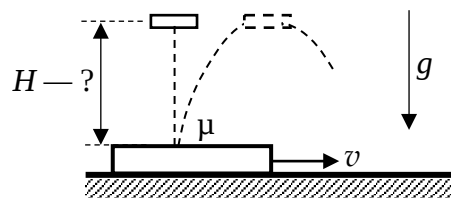
$$k \frac{q^2}{L} = 2 \frac{mv^2}{2} + k \frac{q^2}{1,5L} + mg(1,5L - L), \quad (6.6.)$$

где v — искомая скорость бусинок перед столкновением (одинаковая у обеих бусинок, так как конструкция симметрична), а $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, где ϵ_0 — электрическая постоянная.

Выражая отсюда v , получим

$$\text{ответ: } v = \sqrt{\frac{kq^2}{3mL} - \frac{gL}{2}}. \quad (2 \text{ б.})$$

4. Лёгкая шайба падает с нулевой начальной скоростью с некоторой высоты на массивный брусок, движущийся по гладкому горизонтальному столу со скоростью v . При какой минимальной высоте шайба, ударившись о брусок в некоторой точке, после отскока ещё раз упадёт в ту же точку бруска? Считать, что после отскока шайба поднимается на ту же высоту. Ускорение свободного падения g . Коэффициент трения между бруском и шайбой μ . Влиянием воздуха, трением между бруском и столом, а также перемещением шайбы относительно бруска за короткое время удара пренебречь.



Решение.

При падении в поле тяжести с высоты H с нулевой начальной скоростью шайба приобретёт вертикальную скорость

$$u = \sqrt{2gH}. \quad (1) \quad (2 \text{ б.})$$

За короткое время Δt удара шайба поменяет свой вертикальный импульс на противоположный. Чтобы шайба после отскока упала в ту же точку бруска необходимо, чтобы она за это же время успела приобрести горизонтальную скорость равную скорости бруска. Обозначим за N силу реакции опоры во время удара шайбы о брусок, а за m — массу шайбы. Тогда во время удара на шайбу будет действовать вертикальная сила $(N - mg)$, направленная вверх, и горизонтальная сила трения μN , направленная вправо. Запишем изменение соответственно вертикального и горизонтального импульсов за время удара под действием этих сил:

$$2mu = (N - mg) \cdot \Delta t, \quad (2)$$

$$mv = \mu N \cdot \Delta t. \quad (3) \quad (3 \text{ б.})$$

Так как время удара маленькое, то для изменения импульса необходима большая сила реакции опоры. Тогда в (2) можно пренебречь силой тяжести. Уравнение (2) перепишем в виде

$$2mu = N \cdot \Delta t, \quad (4) \quad (3 \text{ б.})$$

Подставив в (4) u из (1), поделив получившееся выражение на (3) и выразив из конечного выражения искомую высоту H , получим

$$\text{ответ: } H = \frac{v^2}{8\mu^2 g}. \quad (2 \text{ б.})$$